

Empiryczny model osiadania gruntów sypkich

prof. dr hab. inż. Zygmunt Meyer,

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Katedra Geotechniki,
al. Piastów 50, 70-310 Szczecin

dr hab. Marek Tarnawski, „Geoprojekt” Szczecin,

ul. Tartaczna 9, 70-983 Szczecin

mgr inż. Małgorzata Wróbel - Hen

Geotechnical Consulting Office Sp. z o.o.

ul. Jagiellońska 90, 70-437 Szczecin

WSTĘP

Problem osiadania podłoża zbudowanego z gruntów sypkich pod wpływem obciążenia fundamentem był przedmiotem wielu badań. Badania te można pogrupować w kilka kategorii: rozkład naprężeń w ośrodku gruntowym wywołany obciążeniem zewnętrznym [1, 2, 3, 4, 5, 6], edometryczne moduły gruntów sypkich [5, 7, 9], osiadanie ośrodka gruntowego z uwzględnieniem rozkładu naprężeń i zmiennych modułów ścisłości [4, 5, 7, 8, 10]. Badania edometryczne wskazują, że grunty sypkie posiadają zmienny moduł ścisłości oraz, że moduł ten zależy m.in. od naprężeń (obciążenia). Z drugiej strony w obliczeniach osiadania fundamentu wprowadza się pojęcie strefy aktywnej to znaczy głębokość, do której oblicza się osiadanie. Głębokość strefy aktywnej zwykle ustala się przy założeniu, że obciążenia dodatkowe są równe 30% naprężeń pierwotnych. Oznacza to, że istniejący stan naprężeń od obciążenia dodatkowego głębiej nie wywołuje efektu osiadania. Znaczna część badań dotyczy możliwości przewidywania cech wytrzymałościowych gruntów sypkich w oparciu o krzywą uziarnienia [2, 3, 5, 6].

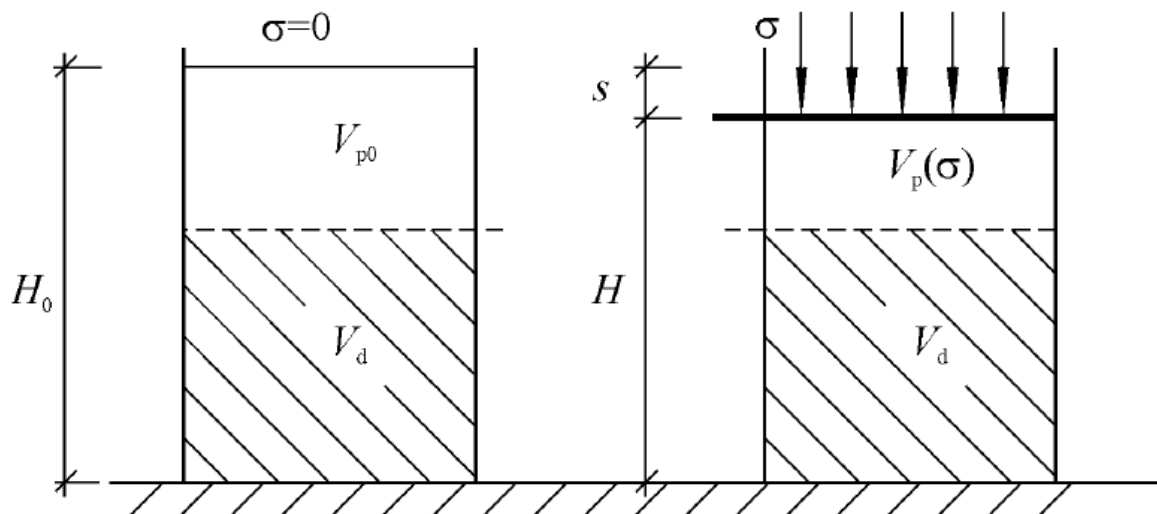
W ostatnim czasie Świdziński i Sawicki przedstawili wyniki badań [4, 5, 6, 7, 8], z których wynika, że przewidywanie cech wytrzymałościowych wymaga znajomości wzajemnego rozłożenia ziaren przed obciążeniem. Z publikowanych badań wynika, że przewidywanie cech wytrzymałościowych podłoża gruntowego sypkiego jest ciągle przedmiotem badań.

W procesie osiadania podłoża zbudowanego z gruntów sypkich obserwuje się zmianę wzajemnego ułożenia ziaren i w ten sposób zmniejszanie przestrzeni zajmowanej przez pory. Przestrzeń ta umożliwia osiadanie fundamentu. Z drugiej strony wiadomo, że objętość uwolnionej przestrzeni zależy od obciążenia oraz że niezależnie od obciążenia w gruncie sypkim pozostaje pewna porowatość rezydualna, która wynika z geometrycznych własności ośrodka.

Klasycznym przykładem jest ośrodek utworzony z jednorodnych kul. W ośrodku takim jeżeli kule przylegają do siebie, zmiana porowatości nie jest możliwa w zakresie obciążeń występujących w praktyce. Rodzi się pytanie – czy znajomość krzywej przesiewu ośrodka sypkiego, pozwala taką rezydualną porowatość określić? Drugie pytanie to jak przebiega związek obciążenie - osiadanie w gruntach sypkich, w których na skutek zagęszczania zmienia się (rośnie) moduł ścisłości. Wyniki takich badań mają duże znaczenie praktyczne, bowiem wskazują w jakich granicach zmienia się porowatość gruntu pod obciążeniem. Pozwala to również na rozważenie przypadku na jakiej głębokości w gruncie obciążenie dodatkowe nie jest w stanie wywołać znaczących zmian porowatości czyli przyrostu osiadania. Odpowiedź na takie pytanie była podstawą podjęcia przedstawionych badań.

EMPIRYCZNY ZWIĄZEK OBCIĄŻENIE-OSIADANIE

Badania edometryczne gruntów sypkich dostarczają danych do analizy statystycznej związków obciążenie-osiadanie (rys. 1)



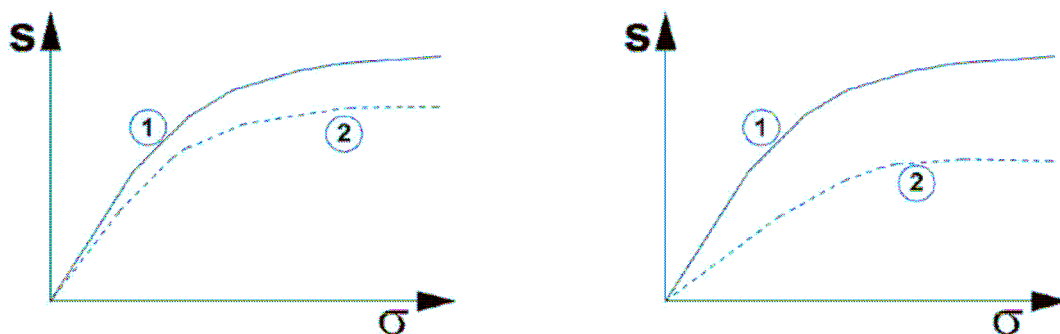
Rys. 1 Schemat obciążania gruntu w edometrze

W wyniku badań otrzymujemy zbiory danych $\{S_i, \sigma_i\}$, oraz szukamy związków

$$S = S(\sigma), \quad (1)$$

gdzie: S – jest osiadaaniem próbki w edometrze, natomiast, σ – jest naprężeniem

Typowe wykresy otrzymywane z badań edometrycznych pokazano na rys. 2.



Rys. 2 Typowe wykresy $S(\sigma)$ uzyskane dla gruntów sypkich w edometrze
1 – grunt luźny, 2 – grunt wstępnie obciążony

Z rysunków tych widać, że przebieg krzywej $S(\sigma)$ jest określany modułem dla małych obciążeń E_0 oraz, parametrem (modułem) E_1 , który decyduje o szybkości przyrostu osiadania. Jeżeli stosunek obu tych wielkości określimy jako

$$\alpha = \frac{E_0}{E_1} \quad (2)$$

to z analizy statystycznej wynika, że związki o istotnej zależności otrzymamy przyjmując:

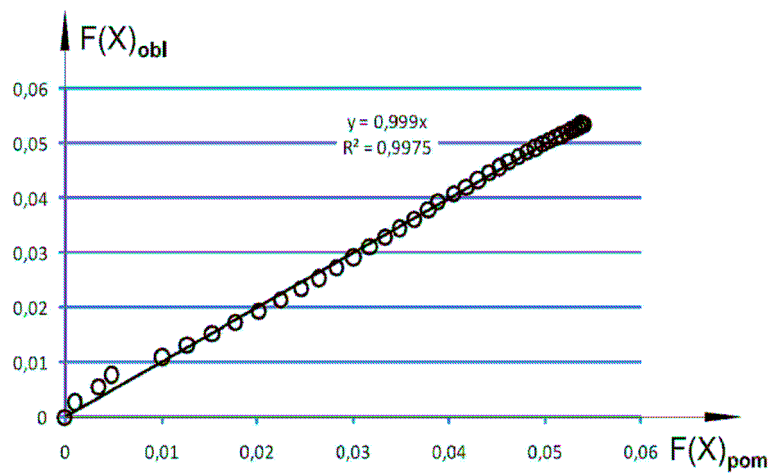
$$X = \ln \left[\frac{(\alpha - 1) \cdot e^{\frac{(\alpha - 1)S}{H_0}}}{\alpha - e^{\frac{(\alpha - 1)S}{H_0}}} \right] \quad \text{oraz} \quad (3)$$

$$\frac{\sigma}{E_1} = f(X) \quad (4)$$

Za funkcję $f(X)$ można przyjąć funkcje liniową lub wielomian wyższego stopnia. Z przeprowadzonych analiz statystycznych wynika, że przyjęcie za $f(X)$ funkcji liniowej nie daje zgodności, którą można zaakceptować dla celów analizy zjawiska.

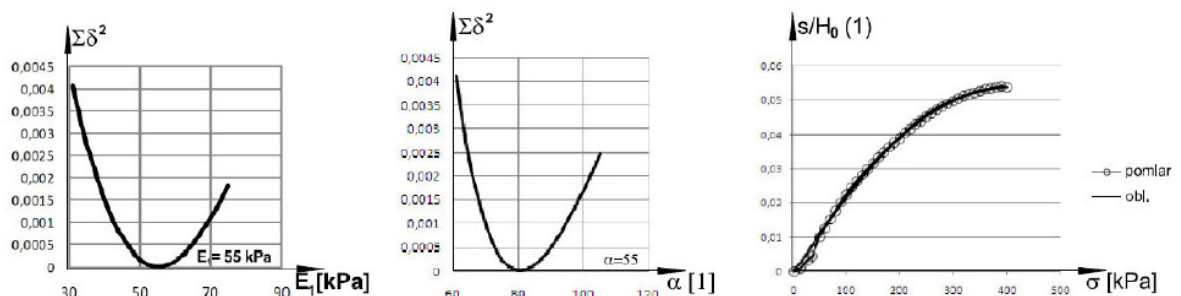
To było powodem, dla którego Autorzy jako funkcję aproksymującą $f(X)$ przyjęli funkcję kwadratową. Analiza statystyczna wskazuje, że istotną zgodność uzyskano przy założeniu

$$f(X) = X + \frac{1}{\alpha} \cdot X^2 \quad (5)$$



Rys. 3 Wyniki aproksymacji osiadania funkcji nieliniowej

Wyniki tej optymalizacji przedstawiono na rys. 4 i 5.



Rys. 4 Przykładowe wyniki obliczeń E oraz α metodą najmniejszych kwadratów

Obliczenia statystyczne parametrów krzywej $S(\sigma)$ to znaczy modułów E_0 , E_1 oraz α można prowadzić w oparciu o zależności (3) i (4). Otrzymamy wtedy równanie linii prostej:

$$\sigma = E_1 \cdot X(S, \alpha) \quad (6)$$

W równaniu tym można zastąpić poszukiwanie dwóch minimum dla dwóch różnych parametrów $E_1; \alpha$, poszukiwaniem jedynie minimum dla parametru α . Mamy bowiem

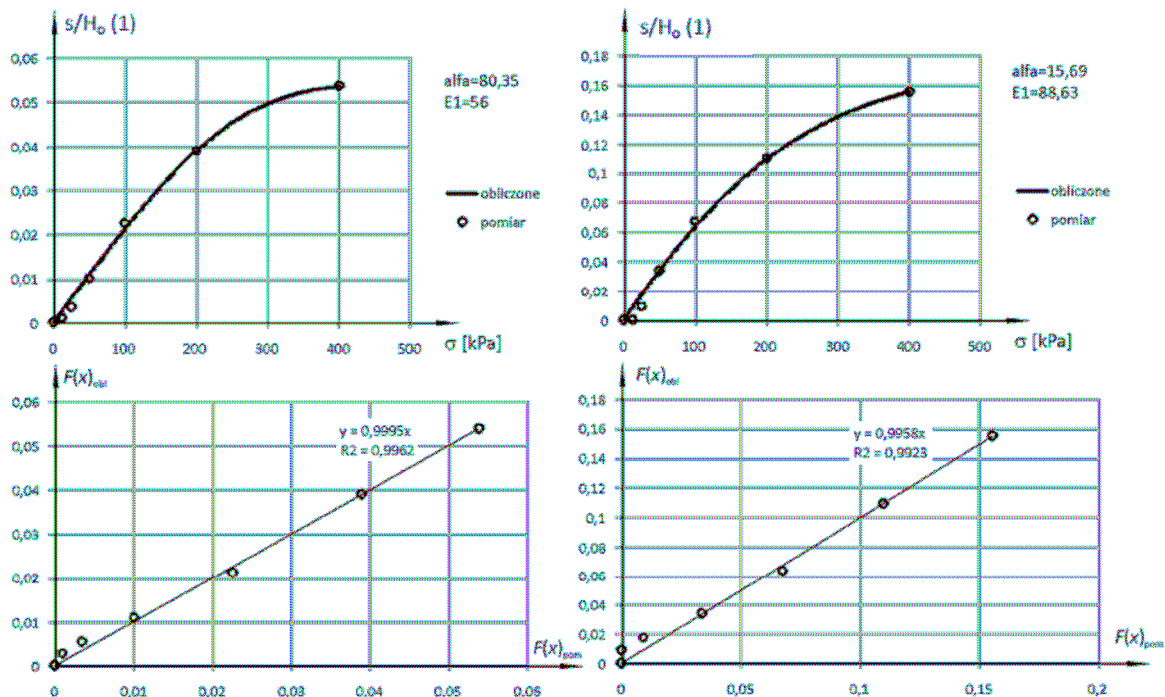
$$E_1 = \frac{\sum X^2}{\sum (\sigma_i \cdot X_i)} \quad \text{gdzie} \quad (7)$$

$$X_i = X(S_i; \alpha) \quad \text{ponieważ} \quad (8)$$

$$E_1 = E_1(\alpha) \quad \text{oraz} \quad (9)$$

$$\sum \delta^2 = \sum [\sigma_i - X_i \cdot E_1(\alpha)]^2 = \min \quad (10)$$

Zależność (10) pozwala na szybkie znalezienie parametru α , który spełnia warunek minimum sumy kwadratów odchyłek.



Rys. 5 Wyniki aproksymacji osiadania gruntów sypkich w edometrze

Na podstawie parametrów modelu E_0 , E_1 Autorzy uzyskali związek obciążenie-osiadanie ze wzorów (3) w postaci:

$$\frac{S}{H_0} = \frac{E_1}{E_0 - E_1} \cdot \ln \left[\frac{E_0 \cdot e^{X(\sigma)}}{E_0 - E_1 + E_1 \cdot e^{X(\sigma)}} \right] \quad \text{gdzie} \quad (11)$$

$$X(\sigma) = \frac{\alpha}{2} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{4 \cdot \sigma}{\alpha \cdot E_1}} - 1 \right] \quad (12)$$

Wyniki tej aproksymacji pokazano na rys. 5. Przedstawiony równaniem (11) empiryczny model osiadania gruntów sypkich jest modelem dwuparametrowym E_0 oraz E_1 . Parametry te wyznaczone są metodami statystycznymi w oparciu o badania edometryczne. Ze wzoru (12) możemy otrzymać również zależności przybliżone dla małych σ w postaci:

$$X(\sigma) = \frac{\sigma}{E_1} \left(1 - \frac{\sigma}{E_0} \right) \quad (13)$$

Oznacza to, że

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{S}{H_0} = \frac{\sigma}{E_0} \quad (14)$$

Możemy też znaleźć granicę S/H_0 dla $\sigma \rightarrow \infty$. Mamy ze wzoru (11)

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{S}{H_0} = \frac{E_1}{E_0 - E_1} \cdot \ln \frac{E_0}{E_1} \quad (15)$$

Określone równaniem (15) osiadanie w praktyce oznacza maksymalną część porowatości, która może być wykorzystana na osiadanie próbki w wyniku ściskania. Różnica porowatości wynikająca z porowatości naturalnej a maksymalnym możliwym osiadaniami jest porowatością, która trwale pozostaje w gruncie. Równanie (11) pozwala również na otrzymanie modułu ściśliwości gruntu przy zmiennym obciążeniu. Mamy:

$$E(\sigma) = \frac{H_0}{\frac{ds}{d\sigma}} \quad (16)$$

Po wykonaniu obliczeń otrzymamy

$$E(\sigma) = [E_0 - E_1 + E_1 \cdot e^{X(\sigma)}] \cdot \sqrt{1 + \frac{4\sigma}{E_0}} \quad (17)$$

gdzie $X(\sigma)$ opisane jest zależnością (12). Dla małych σ otrzymamy wzór uproszczony, który uwzględni zależność (13).

$$E(\sigma) = \left[E_0 - E_1 + E_1 \cdot e^{\frac{\sigma}{E_1} \left(1 - \frac{\sigma}{E_0} \right)} \right] \cdot \left(1 + \frac{2\sigma}{E_0} \right) \quad (18)$$

Podsumowanie analizy modelu

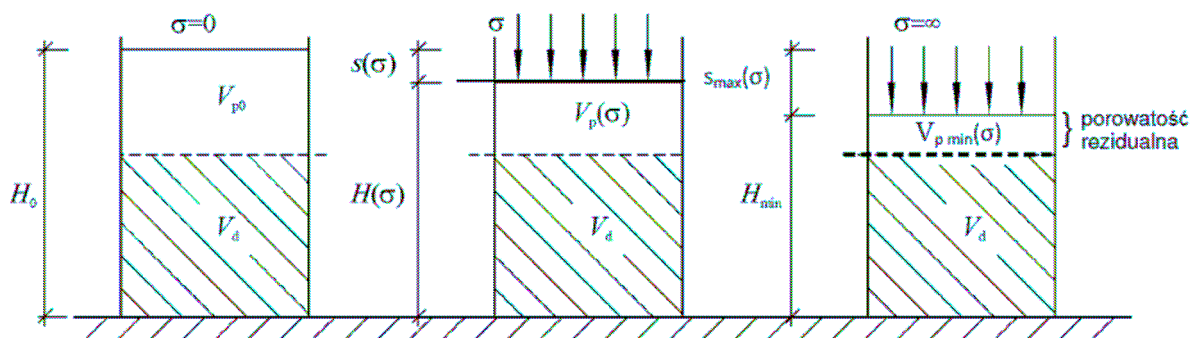
W ten sposób określono podstawowe związki empirycznego modelu osiadania gruntu sypkiego:

- podstawowa zależność obciążenie-osiadanie opisana wzorami (11) oraz (12),
- uproszczona zależność obciążenie-osiadanie opisana wzorami (11) oraz (13),
- moduł ścisłości jako funkcję obciążenia opisany wzorem (17) oraz
- uproszczony wzór na obliczenie modułu ścisłości dla małych obciążeń opisany wzorem (18).

Dodatkowo zaproponowano w niniejszej pracy zależność (11) spełnia warunek, że dla $\sigma \rightarrow 0$ mamy $E(\sigma) \rightarrow E_0$. Oznacza to, że parametr E_0 modelu, jest modułem ścisłości gruntu sypkiego dla małych obciążeń. Niezależnie od tego obliczono maksymalne osiadanie próbki gruntu sypkiego w edometrze, które wynika ze zmniejszania się porowatości ośrodka.

PRAKTYCZNE ZASTOSOWANIE MODELU

Praktyczne zastosowanie modelu polega na umożliwieniu obliczania osiadania gruntu sypkiego na podstawie badań edometrycznych. Oznacza to z jednej strony uwzględnienie modułu ścisłości zależnego od obciążenia, z drugiej strony oznacza, że osiadanie wywołane kolejnym obciążeniem zbliża próbkę do maksymalnego zmniejszenia porowatości tj. do porowatości rezydualnej, tym samym do maksymalnego osiadania. Schematycznie tę sytuację pokazano na rys. 6.



Rys. 6 Schemat zmian porowatości gruntu sypkiego podczas osiadania próbki w edometrze

Przenosząc powyższą zasadę (rys. 6) do warunków praktycznych możemy napisać, że osiadanie próbki gruntu, która znajduje się na głębokości „z” poniżej poziomu terenu będzie się składać z dwóch części: z osiadania wywołanego naprężeniem pochodzącym od ciężaru

gruntu $\sigma_\gamma(z)$ oraz naprężeniem na głębokości „z”, które pochodzi od obciążenia zewnętrznego $\sigma_z(z)$. Przyrost osiadania próbki na głębokości „z” wywołany obciążeniem zewnętrznym możemy zapisać jako:

$$\Delta S = S[\sigma_z(z) + \sigma_\gamma(z)] - S[\sigma_\gamma(z)] \quad (19)$$

wyrażone wzorem (19) osiadanie jest tym, które obserwujemy w praktyce. Do dalszych obliczeń wygodnie jest wprowadzić funkcję

$$F(z) = F[\sigma(z)] \quad \text{w postaci}$$

$$F(z) = F[\sigma(z)] = \ln \left[\frac{E_0 \cdot e^{X(\sigma)}}{E_0 + E_1 \cdot (e^{X(\sigma)} - 1)} \right] \quad (20)$$

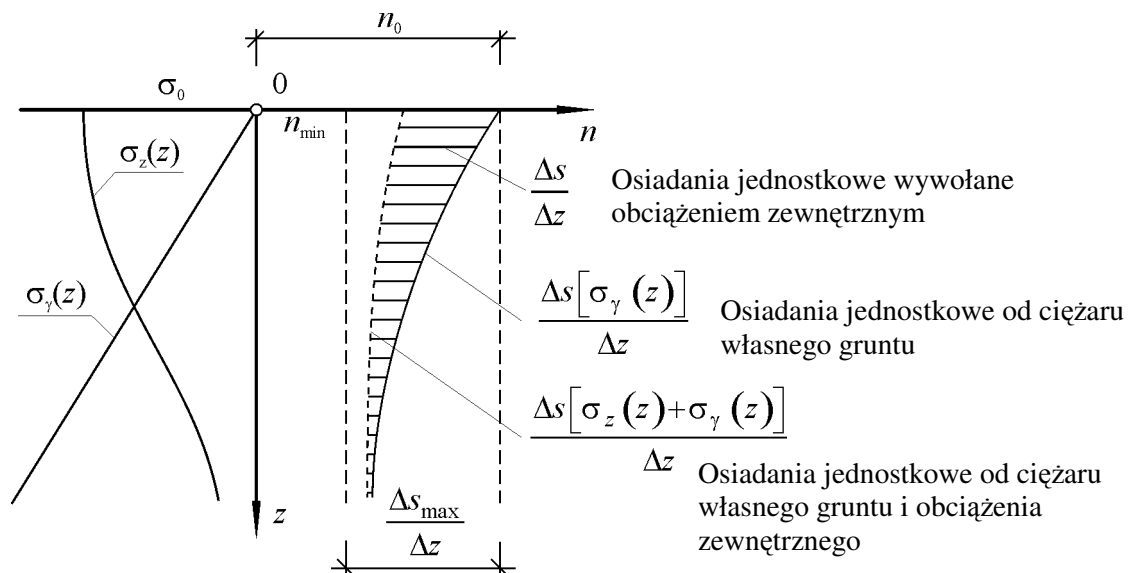
wtedy możemy opisać osiadanie δS warstwy gruntu o grubości Δz , która znajduje się na głębokości z:

$$\Delta S = \frac{E_1}{E_0 - E_1} \cdot \{F[\sigma_z(z) + \sigma_\gamma(z)] - F[\sigma_\gamma(z)]\} \cdot \Delta z \quad (21)$$

Równanie (21) można też przedstawić w postaci całkowej. Jeżeli szukamy osiadania warstwy gruntu od obciążenia fundamentem, od poziomu powierzchni do głębokości „z”, to otrzymamy:

$$S(z) = \frac{E_1}{E_0 - E_1} \cdot \int_0^z \{F[\sigma_z(z) + \sigma_\gamma(z)] - F[\sigma_\gamma(z)]\} \cdot dz \quad (22)$$

Schematycznie zasadę wykorzystania porowatości gruntu do określenia osiadania pokazano na rys. 7 zakładając grunt jednorodny.



Rys. 7 Wykorzystanie zmian porowatości gruntu sypkiego do osiadania

PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

W celu zilustrowania jak proponowany empiryczny model ściskania gruntów sypkich może być zastosowany w praktycznych obliczeniach – poniżej przedstawiono przykład rachunkowy. Do obliczeń przyjęto stopę fundamentową kołową obciążoną pionową siłą posadowioną na gruncie. Przyjęto następujące wielkości:

$$R=2\text{m}; \sigma_0=200\text{kPa}; E_1=50\text{kPa}; E_0=4\,000\text{kPa}; \gamma=17,5\text{kN/m}^3; n_0=0,25.$$

Stopa kołowa pozwala na przyjęcie znanego z literatury zanikania składowej pionowej naprężeń od obciążenia σ_0 w postaci:

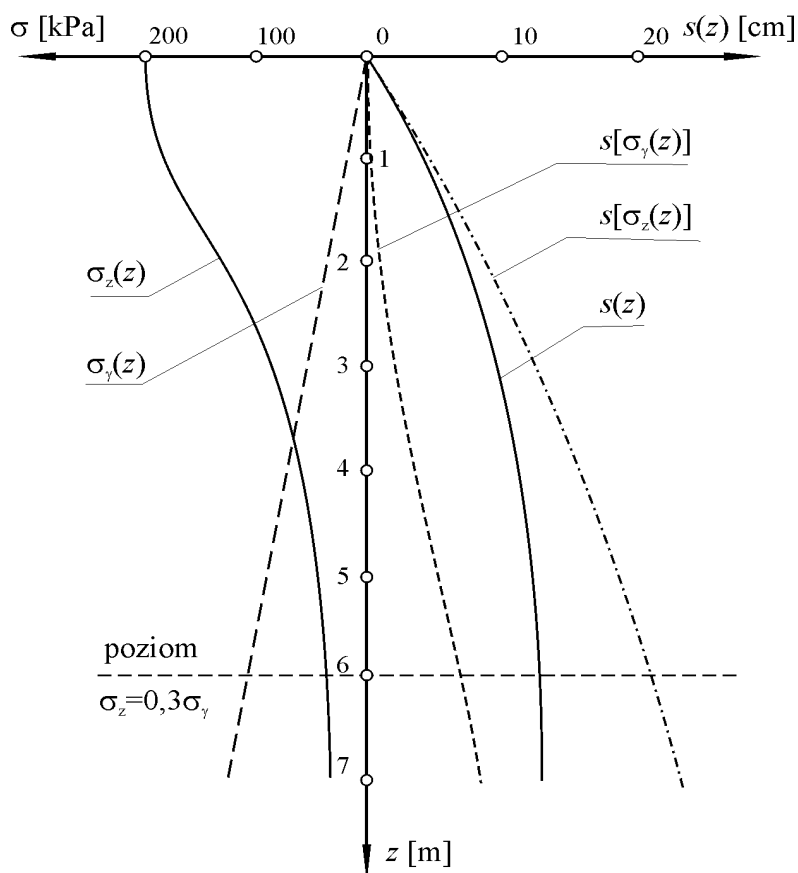
$$\sigma_z(z) = \sigma_0 \cdot \left[1 - \frac{z^3}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \right] \quad (23)$$

gdzie : R – jest promieniem okręgu stopy

Do obliczeń przyjęto ośrodek jednorodny i dlatego mamy:

$$\sigma_\gamma(z) = \gamma \cdot z$$

Osiadanie obliczono numerycznie przy pomocy wzoru (21) zakładając $\Delta z = 0,5\text{m}$. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 8.



Rys. 8 Wykres naprężeń oraz składowych części do osiadania $S(z)$ obliczonego dla warstwy gruntu od poziomu terenu do głębokości z

Jednakże problemem staje się prawidłowe przyjęcie wartości liczbowej modułu ścisłości gruntu. W Tablicy 1 przedstawiono jak zmienia się moduł ścisłości obliczony przy pomocy wzoru (17) wraz ze zmianą naprężeń w tym gruncie.

Tablica 1

Zmiana wartości modułu ścisłości wraz ze zmianą naprężeń w gruncie

$\sigma[kPa]$	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220
$E(\sigma)[MPa]$	4,00	4,06	4,14	4,23	4,35	4,51	4,72	5,00	5,40	5,60	6,80	8,00

W praktycznych obliczeniach często staramy się przyjąć do obliczeń stały moduł E . Aby dla liniowo zmiennego $\sigma_z(z)$ oraz strefy aktywnej która sięga do głębokości 6,0 m przy założeniu stałego modułu ścisłości uzyskać osiadanie, które wcześniej otrzymano z prezentowanego w niniejszej pracy modelu, należy przyjąć $E = 4,6MPa$. Z Tablicy 1 odpowiada to naprężeniom ok. $\sigma = 100kPa$.

Można też ze wzoru (15) obliczyć maksymalne osiadanie takiego fundamentu przy bardzo dużych obciążeniach zewnętrznych otrzymamy wówczas zależność w postaci

$$S(z) = \left(\frac{E_1}{E_0 - E_1} \cdot \ln \frac{E_0}{E_1} \right) \cdot z_0 - \frac{E_1}{E_0 - E_1} \int_0^{z_0} F[\sigma_\gamma(z)] \cdot dz \quad (25)$$

gdzie z_0 – jest głębokością poniżej poziomu posadowienia fundamentu, do której liczymy osiadanie

Okazuje się, że w rozpatrywanym przypadku dopiero dla $z > 33$ m grunt sypki jest tak zagęszczony pod wpływem ciężaru własnego, że dodatkowe obciążenie od fundamentu, dla warstwy gruntu poniżej tego poziomu nie wywołuje znaczących osiadań.

WNIOSKI

1/ W pracy przedstawiono empiryczny model osiadania gruntu sypkiego obciążonego w edometrze. W oparciu o ten model zbudowano procedurę obliczeniową, która pozwala na obliczenie osiadania fundamentu posadowionego na gruncie sypkim. W obliczeniach założono jednorodność ośrodka, oraz uwzględniono fakt, że

- grunt uległ zagęszczeniu i osiadł pod wpływem ciężaru własnego,
- dodatkowe obciążenie zewnętrzne wywołuje dodatkowe osiadanie gruntu.

2/ Z analizy zjawiska wynika, że przedstawiony model pozwala na obliczenie maksymalnego osiadania warstwy gruntu sypkiego wywołanego dużym obciążeniem. Oznacza to, że w stosunku do wyjściowej porowatości ośrodka po zrealizowaniu maksymalnego osiadania, grunt zachowuje pewną porowatość ośrodka rezydualną, która wynika z parametrów geometrycznych ziaren wypełniających przestrzeń.

3/ W pracy przedstawiono przykład obliczeniowy, który wskazuje, że dla celów praktycznych obliczeń osiadania można wykorzystać przedstawioną w literaturze tzw. głębokość strefy

aktywnej Z_{max} natomiast problematyczne pozostaje przyjęcie modułu ściśliwości gruntu sypkiego na podstawie badań edometrycznych. Aby metodą klasyczną otrzymać osiadanie, które wynika z przedstawionego tu empirycznego modelu nie można przyjmować średniego modułu edometrycznego z całego przedziału obciążeń. Metoda literaturowa nie uwzględnia następujących faktów, że

- częściowe zagęszczenie i osiadanie gruntu odbyło się już pod wpływem ciężaru własnego gruntu,
- moduł ściśliwości gruntu zależy od naprężeń w gruncie i zmienia się zgodnie ze wzorem (17). Stosownie do tej części osiadania, która została już zrealizowana przez wcześniejsze obciążenie, fundament swoim dodatkowym obciążeniem powoduje kolejne osiadanie, które wynika z dalszego zmniejszania porowatości ośrodka. Dlatego trudno jednoznacznie określić średni moduł, który należy przyjąć do metody klasycznej.

4/ Program dalszych badań zakłada sprawdzenie zależności pomiędzy parametrami krzywej przesiewu gruntu sypkiego a parametrami modelu. Program zakłada również analizę czy w gruncie zachodzi zasada superpozycji wykorzystywania porowatości gruntu do osiadania przez kolejne obciążenia. Problemem otwartym pozostaje możliwość wykorzystania przedstawionego w niniejszej pracy empirycznego modelu osiadania gruntów sypkich przy odciążeniu.

LITERATURA

- [1] Bałachowski L., Kozak P., Kurek N.: Interrelation between CPTU – DMT tests for sands on the Baltic coast. 11th Baltic Sea Geotechnical Conference Geotechnics in maritime engineering. Gdańsk, Polska 15 – 18.09.2008, s. 359 – 365.
- [2] Dołżyk K., Szypcio Z.: Nośność i osiadania stóp fundamentowych na piaskach, Inżynieria i Budownictwo, R.63 Nr 7-8, 2007, s. 411 – 413.
- [3] Kazimierowicz – Frankowska K.: Osiedlenia nawierzchni drogowej wskutek zagęszczania podłoża wywołanego ruchem pojazdów. Budownictwo komunikacyjne i podziemne, s. 531 – 537.
- [4] Sawicki A., Mierczyński J., Świdziński W.: Strains in sand due to cyclic loading in triaxial conditions. Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, Vol. 56, No. 1-2, Gdańsk: IBW PAN, 2009, s. 85-98.
- [5] Sawicki A.: 3D and 2D formulations of incremental stress-strain relations for granular soils. Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, Vol. 55, No. 1-2, Gdańsk: IBW PAN, 2008, s. 45-53.
- [6] Sawicki A., Świdziński W.: Problem odciążenia i odciążenia w mechanice gruntów, Czasopismo Techniczne, z. 1-B, Kraków: Politechnika Krakowska, 2008, s. 1-16.
- [7] Sawicki A., Świdziński W.: Charakterystyki naprężenie-odkształcenie zagęszczonego piasku przed osiągnięciem stanu granicznego, [Stress-strain characteristics of dense sand before failure]. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo z. 97, Nr 1573, Gliwice: Politechnika Śląska, 2003, s. 145-157.
- [8] Sawicki A., Świdziński W.: Charakterystyki naprężenie-odkształcenie gruntów niespoistych na przykładzie piasku "Lubiatowo". Inżynieria Morska i Geotechnika, Vol. 23, nr 3, 2002, s. 149-157.
- [9] Stefaniak K.: Wpływ historii obciążenia na modelu ściśliwości piasków fluwioglacjalnych wyznaczany metodą CPTU. Przyszłość Geotechniki, s. 599 – 605.
- [10] Wichtmann T., Martinez R., Greaff D.F., Giolo E., Hernandez N.M., Triantafyllidis T.: On the influence of the grain size distribution curve on the secant stiffness of quartz sand under cyclic loading. 11th Baltic Sea Geotechnical Conference Geotechnics in maritime engineering. Gdańsk, Polska 15 – 18.09.2008, s. 315 – 322.